Departamento de Matemáticas
Hoja de ejercicios 1º Bachillerato CC.SS. LÍMITES

1.- Esboza la gráfica de una función que cumpla las siguientes condiciones:

a) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x\to 0} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

a) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to 2^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = 3$

2.- Halla las asíntotas verticales y horizontales de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{3}{x-2}$ b) $f(x) = 2^x$ c) $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-3x}$

d) $f(x) = \frac{3x-3}{x-1}$ e) $f(x) = logx$ f) $f(x) = \frac{2x^2+1}{x-2}$

3.- Calcula el límite cuando $x \to \infty$ y cuando $x \to -\infty$ de las siguientes funciones:

a) $y = 0'1^{2x} - 2x^2 + 3$ b) $y = \log(x^2) - 5^{-x} + 0'1^{-x}$ c) $y = \dfrac{\sqrt{3x^4 - 7x}}{5x^2 - x}$

d) $y = \dfrac{2x-7}{\sqrt{2x^4 + x}}$ e) $y = \dfrac{\log(x^2) - 1'5^{-x} - x}{2x-3}$ f) $y = \dfrac{0'4^{-x} - x^2}{x^2 - x + 1}$

g) $y = \left(\dfrac{2^x + x^3}{4x^3 - 1}\right)^{\frac{2x^2-1}{x}}$ h) $y = \left(\dfrac{2x^2+1}{3x^2+5x}\right)^{2x-1}$ i) $y = \left(\dfrac{3^x - x}{2^x + x^2}\right)^{\frac{2x}{x}}$

j) $y = \left(\dfrac{x^2-1}{(2x+3)^2}\right)^x$ k) $y = \dfrac{3x^2+3}{x+2} - \dfrac{5x^3+x}{x^2}$ l) $y = \dfrac{3x^3 - x}{x-2} - 3x^2$

m) $y = \sqrt{x^2+5} - \sqrt{x^2-5}$ n) $y = \sqrt{4x^2 - 3x} - (2x+1)$ ñ) $y = x - \sqrt{x^2 - 4x + 2}$

4.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(2+x)^2 - 4}{x}$ b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2 - 2x}{x^2 - 1}$ c) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$

d) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ e) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{(x+1)^2 - 1}{x^2 + x - 6}$ f) $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt[3]{\dfrac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - x - 2}}$

g) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3x-6}{2x^2 - 8x + 8}$ h) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2 - 9}{-x^2 + 6x - 9}$ i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2 - 2x}{x^2} - \dfrac{1}{x}$

5.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 2}\left(x^2+3x\right)^{\frac{1}{x-2}}$ b) $\lim_{x\to 4}\frac{x^2-2x}{x^2-4x}-\frac{x}{x-4}$ c) $\lim_{x\to 3}\frac{2}{x^2-x-6}+\frac{1}{x^2-9}$

d) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-x}}{x^2}$ e) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{4x}-\sqrt{x+3}}{x-1}$ f) $\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{-x}}{x^2-1}$

g) $\lim_{x\to 5}\left(\frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{x+4}}{x-5}\right)^{\frac{2x-10}{x^2-10x+25}}$ h) $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2-4x+4}{x^3-6x^2+12x-8}\right)^{\frac{1}{x-2}+\frac{3x-8}{2x-4}}$

6.- Calcula a y b para que sea continua la función:

a) $f(x)=\begin{cases}-x & si\ \ x<0\\ 3x+b & si\ \ 0\le x<2\\ ax^2 & si\ \ x\ge 2\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x^2}+a & si\ \ x<-1\\ b & si\ \ x=-1\\ 3x^2+4 & si\ \ x>-1\end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-3x+2}{x-2} & si\ x\neq 2\\ a & si\ \ x=2\end{cases}$ d) $f(x)=\begin{cases}3^{x-1}+x+a & si\ \ x\le 1\\ \frac{x^2-1}{x-1} & si\ 1<x\le 2\\ \frac{x^2-4}{b\cdot(x-2)} & si\ \ x>2\end{cases}$

7.- Estudia la continuidad de las funciones:

a) $f(x)=\begin{cases}2^x+x-3 & si\ \ x<0\\ -2 & si\ \ x=0\\ \frac{4x^2-6x}{3x} & si\ 0<x\le 2\\ \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2} & si\ \ x>2\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}\frac{2x+4}{x+1} & si\ \ x<1\\ x^2-6x+4 & si\ \ 1\le x\le 4\\ \frac{x-\sqrt{4x}}{4-x} & si\ \ x>4\end{cases}$

8.- La siguiente función: $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{3} & si\ \ 0\le x<15\\ \frac{30x}{3x+15} & si\ \ x\ge 15\end{cases}$, nos expresa la nota obtenida (f) en función de las horas de preparación (x). ¿Es continua dicha función? ¿Hay algún punto en que estudiar un poco más puede ser muy rentable? ¿Qué ocurre a medida que aumentan, más y más, las horas de preparación?